

数的理解

第9回：数列

米田亮介

2021年12月8日

問題1

次の数列内の2つの()に入る数字の和を求めよ。

5, 6, 8, 11, 15, 20, (), (), ...

答え。この数列の隣り合う数字の差を計算すると、

1, 2, 3, 4, 5, ...

と、1ずつ増える数列になる。よって第6項と第7項の差は6、第7項と第8項の差は7である。よって、第7項は

$$20 + 6 = 26$$

であり、第8項は

$$26 + 7 = 33$$

である。よって()に入る数の和は $26 + 33 = 59$ である。

問題2

次の数列において、25番目の数を求めよ。

3, 5, 9, 15, 23, ...

答え。この数列の隣り合う数字の差を計算すると、

2, 4, 6, 8, ...

と、2ずつ増える数列になる。よってもとの数列は階差数列である。第25項までの数列には24回分差を足していく必要があるので、初項3と合わせて

$$3 + (2 + 4 + 6 + \cdots + 2 \times 24) = 3 + \frac{1}{2}(2 + 48) \times 24 = 603$$

である。よって25番目の数字は603である。

問題 3

次の数列の 1 番目から 10 番目の数までの和はいくらか。

135, 132, 129, 126, ...

答え。これは差が-3 の等差数列である。第 10 項まで $10 - 1 = 9$ 回差を足していくので、第 10 項は

$$135 + (-3) \times (10 - 1) = 108$$

である。よって第 10 項までの和は

$$\frac{1}{2}(135 + 108) \times 10 = 1215$$

である。

コメント

今回の授業では数列、特に等差数列、階差数列に関する問題を解きました。初項 a 、差が d の等差数列の第 n 項は

$$a + (n - 1)d$$

です。第 1 項が a_1 、第 n 項が a_n の等差数列の和は

$$\frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

です。特に等差数列の和の公式は台形の面積を求める公式に似ていることを覚えておきましょう。