

数的理解

第7回：距離と時間と速さ

米田亮介

2022年11月9日

問題1

Aさんの自宅は駅から4km離れている。ある日、突然雨が降ったので、傘を持って駅から家に帰ってくる父を迎えた。Aさんは時速5kmで歩く。Aさんが家を出たちょうどその瞬間に、父は駅を出て自宅に向かった。父は時速7kmで歩くとすると、2人が会うのはAさんが出てから何分後か。

答え。Aさんとお父さんが出発してから x 時間後に会うとする。Aさんとお父さんはそれぞれ $5x$ km、 $7x$ km進むので、

$$5x + 7x = 12x = 4$$

が成り立つ。これより $x = \frac{1}{3}$ 時間であり、これは20分である。

問題2

PとQの2人が1周1.2kmの遊歩道を歩いて周回する。Pは時速4.8km、Qは時速4.2kmで歩行し、2人の速度は一定であるものとする。PとQが同じ地点にいて、Pが出発してから10分後にQがPと同じ方向に歩き出すとすると、Pが最初にQに追いつくのはQが歩き出してから何分後か。

答え。Qが歩きだしてから x 時間後にPに追いつくとする。このとき、Pは10分多く歩いているので、Pが歩いた時間は $x + \frac{1}{6}$ 時間である。PとQが最初に追いつくときPはQより1周多く進んでいるので、

$$4.8 \times \left(x + \frac{1}{6} \right) - 1.2 = 4.2 \times x$$

が成り立つ。これより $x = \frac{2}{3}$ 時間であり、これは40分である。

問題3

ある仕事を終えるのに、Eさん1人では20日、Fさん1人では16日かかる。この仕事を2人同時に取り組むと何日目に終わるか。(何日目に終わるかと聞かれていることに注意)

答え. 全体の仕事量を 1 としよう。このとき E , F の仕事量はそれぞれ $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{16}$ であるから、2人が同時に取り組むと、1日あたりの仕事量は

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{16} = \frac{9}{80}$$

である。これより全体の仕事量 1 をこなすのにかかる日数は

$$1 \div \frac{9}{80} = \frac{80}{9} = 8.88\dots$$

である。よって、この仕事が終わるのは9日目である。

コメント

今回は距離と時間と速さに関する授業を行い、様々な文章題を解いてもらいました。文章題の問題は文章が長くなると、情報が散らばって状況を整理するのが難しくなります。色々な問題を解いて必要な情報をサッとまとめていくことができるようになっておきましょう。

質問が来ていたので答えてみます。

授業には関係ないのですが、先生が思う理系と文系の定義とは何だと思いますか。また、数学を研究されている先生の立場から見た、日常過ごしていて数学が出来ると役立つエピソードがあれば教えてほしいです。

理系文系の言葉自体は大学受験をする高校生が数学や理科を重きに置く学部への進学を希望する人とそれ以外の学部への進学を希望する学生とを分かつために存在する形式的なものだと思います。これは大学の専攻を理科系と文科系に分けることによるもので、歴史的な背景も色々あるそうです。外国ではこのような理系文系の区別を行うことは少ない、とも言われているそうです(ただ、最近は STEM 学部なんて言い方が広まっているのでその限りではないかもしれません)。

次に、日常過ごしていて数学が出来ると役立つエピソードですが、これはなかなか難しいと思います。このような質問が出来てしまうこと自体が日常生活に四則演算以上の中学生で習うような概念が特に出てこないことを表しているのだと思います。そして実際問題それは正しいと思います。個人的に思うこととしては、日常生活で数学が役に立つエピソードが特になくわけではなくて、「日常生活を支える技術革新の中に数学(や物理化学など)が非常に高いレベルで使われていて、尚且非常に高いレベルでそれが運用され日常のサービスの一貫として提供されているため、もはや数学を運用する能力がなくてもそのサービスを享受できる」というのがより正しい現状なのかな、と思っています。「日常生活を支える技術革新」には日々触れる機会のあるほぼ全てのものが含まれていると思って差し支えないと思います。その際たる例がスマートフォンではないでしょうか。Instagram でいいねの数を稼ぐために色々と修正を施した画像を投稿している人を想像してください。最近のアプリでは自動で小顔に修正してくれたり、目の大きさを良き大きさに調整してくれるものがあります。なぜそんなことが可能なのかを考えてみると数学が必要なことが見えてくると思います。まず自撮り画像を取るとスマホの内部ではそれは画像の各要素がピクセルとして表現される行列として表現されます。自動で小顔修正をしてあげようと思うと、その画像の中からまずは顔を検出する必要

があります。これには AI の技術が使われます。行列の特定の領域が顔であることを検出するために中でそのような AI を設計する必要があるのですが、その AI には微分の概念が用いられます。そして顔検出が出来たらそれを小さくするような変換を施す必要があって、特に対象の大きさ（スケール）を調整する変換にはまたしても行列を用いた変換をすれば良いことが知られています。これだけでもインスタグラマーたちは数学の恩恵を非常に受けながら、それを特に意識することなくともいいねの数を稼ぐことが出来てしまっているのです。「日常生活を支える技術革新」の例をあげておきながらそれがあまりに俗世的なもので申し訳ないです。より有意義なものに活用されているものとして医療への応用を考えてみます。その一例として私が知っているものとしては CT スキャンがあります。CT スキャンは X 線を人間の周りに投影することで人間を切り刻まなくてもその内部の状態がわかる、というものです。そんな手品みたいなことが可能なのか？と思うかもしれません、それを可能にしているのが三角関数と積分です。ラドン変換と呼ばれる変換を行うことで X 線からの照り返しの情報をもとに特定の計算をすることで内部状態を表現出来てしまうのです。大事なのは、CT スキャンを行う放射線技師が別に数学に精通している必要はないことです。數学者や工学者の不断の努力によってもはや数学を理解していなくても目の前の機械を操作するだけで勝手に人間の体内の様子がわかってしまう（ようと思えてしまう）のです。どうでしょうか、今の 2 つの例の中だけでも中学数学や高校数学で習う数学の内容がふんだんに使われていることが確認できたと思います。